

## ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΛΟΓΟΥ $\gamma = C_p / C_v$ ΤΟΥ ΑΕΡΑ

(με λογάριθμο)

### A. ΣΤΟΧΟΙ

- Η εξοικείωση με τη χρήση απλών πειραματικών διατάξεων.
- Η εξοικείωση σε μετρήσεις θερμοκρασίας, όγκου και πίεσης με τα αντίστοιχα όργανα.
- Η εφαρμογή θεωρητικών γνώσεων στις μεταβολές αερίου.
- Η επιβεβαίωση ότι ο ατμοσφαιρικός αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο στις συνθήκες του πειράματος.
- Η εξοικείωση στην κατασκευή γραφικών παραστάσεων, που παριστάνουν μεταβολές αερίου.
- Η κατανόηση και η εκτίμηση των σφαλμάτων που υπεισέρχονται κατά τις μετρήσεις.

### B. ΘΕΜΑ

- Ο υπολογισμός του  $\gamma = C_p / C_v$  μετρώντας την πίεση σε δύο καταστάσεις μιας σύνθετης μεταβολής του αέρα (αδιαβατική εκτόνωση – ισόχωρη θέρμανση).

### Γ. ΟΡΓΑΝΑ

- Γυάλινο δοχείο όγκου 4 L.
- Πλαστικό δοχείο θερμικά μονωμένο με πετροβάμβακα.
- Μανόμετρο 0 – 300 mmHg (σφυγμομανόμετρο).
- Ηλεκτρονικό θερμόμετρο – 40 °C έως 200 °C.
- Πουάρ εισαγωγής αέρα με βαλβίδα.
- Στρόφιγγα εξαγωγής αέρα.
- Σφαιρίδια σιλικόνης με δείκτη κορεσμού.
- Επιστημονικός υπολογιστής με δυνατότητα υπολογισμού νεπέρειων λογαρίθμων.



### Δ. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- Για την πραγματοποίηση και κατανόηση της άσκησης χρειάζονται οι παρακάτω γνώσεις από το σχολικό βιβλίο Κατεύθυνσης της Β' τάξης Γενικού Λυκείου :
  - ✓ Ενότητα 1 – 4 : Κινητική θεωρία
  - ✓ Ενότητα 2 – 9 : Εφαρμογή του 1<sup>ου</sup> θερμοδυναμικού νόμου σε ειδικές περιπτώσεις (Αδιαβατική μεταβολή)
  - ✓ Ενότητα 2 – 10 : Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες αερίων

### Ε. ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ

- Αδιαβατική ονομάζεται η μεταβολή μιας ποσότητας ιδανικού αερίου από μια αρχική κατάσταση ( $p_A, V_A, T_A$ ) σε μια τελική ( $p_B, V_B, T_B$ ), στη διάρκεια της οποίας δεν συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα ( $Q = 0$ ).
- Στην πράξη επιτυγχάνουμε αδιαβατικές μεταβολές με ταχείες εκτονώσεις ή ταχείες συμπίεσεις, οπότε δεν προλαβαίνει να γίνει ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον.
- Μια αδιαβατική μεταβολή αερίου περιγράφεται ποσοτικά από τη σχέση :

$$p = \frac{C_{αδ}}{V^\gamma} \quad \text{ή} \quad (1α)$$

$$p V^\gamma = C_{αδιαβ} \quad \text{ή} \quad (1β)$$

$$p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad (1\gamma)$$

- Η σταθερή  $C_{\alpha\delta}$  της αδιαβατικής μεταβολής είναι ανάλογη της ποσότητας του αερίου.
- Η τιμή του λόγου  $\gamma = C_p / C_v$  για τον αέρα δεχόμενοι ότι ο αέρας είναι διατομικό αέριο είναι  $\gamma = 1,4$ .
- Κάθε στιγμή η πίεση του αέρα στο δοχείο είναι :

$$p = p_{\text{ατμ}} + p_{\text{μav}}$$

όπου  $p_{\text{ατμ}}$  η ατμοσφαιρική πίεση και  $p_{\text{μav}}$  η ένδειξη του μανομέτρου (υπερπίεση).

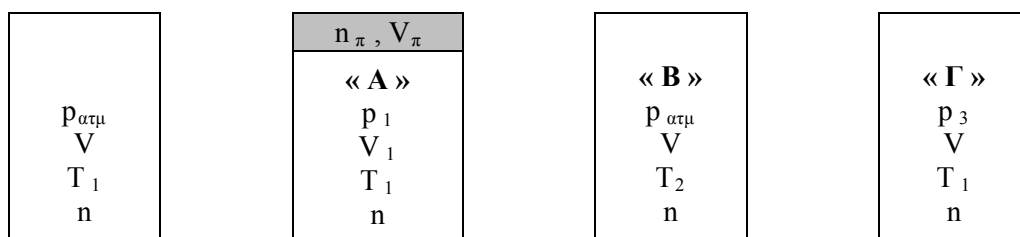
- Η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας είναι  $1 \text{ Atm} = 760 \text{ mmHg}$ . Άρα όταν το σφυγμομανόμετρο μετράει την ατμοσφαιρική πίεση και δείχνει  $p_{\text{μav}} = 0 \text{ mmHg}$ , πρέπει να διορθώνουμε την ένδειξη θέτοντας  $760 + 0 = 760 \text{ mmHg}$ .
- Μερικές αντιστοιχίες στις μονάδες πίεσης είναι οι παρακάτω :  
 $1 \text{ Atm}$  (φυσική ατμόσφαιρα) =  $760 \text{ Torr} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$   
 $1 \text{ bar} = 750,0617 \text{ Torr} = 750,0617 \text{ mmHg} = 10^5 \text{ Pa}$

### Σχετικά με την πειραματική διαδικασία :

- Ο αέρας που βρίσκεται αρχικά στο γυάλινο δοχείο σε ατμοσφαιρική πίεση  $p_{\text{ατμ}}$ , έχει τον όγκο του δοχείου  $V$  και τη θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_1$ .
- Με τη βοήθεια του πούαρ εισάγουμε στο δοχείο μικρή ποσότητα  $n_\pi$  mol αέρα «νοητού» όγκου  $V_\pi$ , οπότε ο αρχικός αέρας περνάει στην «υποθετική» κατάσταση  $A(p_1, V_1, T_1)$ .
- Ανοίγουμε για λίγο τη στρόφιγγα και την ξανακλείνουμε. Τα  $n_\pi$  mol του αέρα βγαίνουν από το δοχείο και επειδή η διαδικασία γίνεται γρήγορα έχουμε αδιαβατική εκτόνωση του αρχικού αέρα, με αποτέλεσμα την ψύξη του μέχρι την κατάσταση  $B(p_{\text{ατμ}}, V, T_2)$ .
- Με κλειστή τη στρόφιγγα ο αέρας στο δοχείο απορροφά θερμότητα από το περιβάλλον (δεν είναι τελείως αδιαβατικά τα τοιχώματα του δοχείου) και ανεβαίνει η θερμοκρασία του ξανά στη θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T_1$  με ισόχωρη θέρμανση περνώντας στην κατάσταση  $\Gamma(p_3, V, T_1)$ .
- Οι καταστάσεις και οι μεταβολές του αέρα φαίνονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα :

ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΑΕΡΑ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ $\gamma$							
Μέγεθος	Αρχική κατάσταση αέρα	Εισαγωγή αέρα με το πούαρ	«Υποθετική» Κατάσταση «Α» αρχικού αέρα	Μεταβολή ΑΒ αρχικού αέρα	Κατάσταση «Β» αρχικού αέρα	Μεταβολή ΒΓ αρχικού αέρα	Κατάσταση «Γ» αρχικού αέρα
Πίεση	$p_{\text{ατμ}}$		$p_1$	αδιαβατική εκτόνωση	$p_{\text{ατμ}}$	ισόχωρη θέρμανση	$p_3$
Όγκος	$V$	$V_\pi$	$V_1$		$V$		$V$
Θερμοκρασία	$T_1$		$T_1$		$T_2$		$T_1$
Ποσότητα mol	$n$	$n_\pi$	$n$		$n$		$n$

- Το δοχείο με τις διαδοχικές καταστάσεις του αέρα φαίνεται παρακάτω :



- Για την αδιαβατική εκτόνωση AB ( της ποσότητας αέρα που περιέχει το δοχείο μετά το άνοιγμα και κλείσιμο της στρόφιγγας ) ισχύει ο νόμος της αδιαβατικής μεταβολής :

$$p_1 \cdot V_1^{\gamma} = p_{\text{ατμ}} \cdot V^{\gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{p_1}{p_{\text{ατμ}}} = \left( \frac{V}{V_1} \right)^{\gamma} \quad (3)$$

- Οι καταστάσεις A και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη  $T_1$ , οπότε εφαρμόζοντας το νόμο της ισόθερμης μεταβολής έχουμε :

$$p_1 \cdot V_1 = p_3 \cdot V \quad \text{ή} \quad \frac{V}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} \quad (4)$$

- Από τις σχέσεις (3) και (4) βρίσκουμε :

$$\frac{p_1}{p_{\text{ατμ}}} = \left( \frac{p_1}{p_3} \right)^{\gamma} \quad (5)$$

- Λογαριθμίζοντας τη σχέση (5) παίρνουμε :

$$\begin{aligned} \ln \frac{p_1}{p_{\text{ατμ}}} &= \gamma \cdot \ln \left( \frac{p_1}{p_3} \right) \quad \text{ή} \\ \gamma &= \frac{\ln (p_1 / p_{\text{ατμ}})}{\ln (p_1 / p_3)} \end{aligned} \quad (6)$$

- Από τη σχέση (6) υπολογίζουμε το λόγο  $\gamma$  χρησιμοποιώντας τις διορθωμένες πιέσεις  $p_1$  του αέρα στην «υποθετική» κατάσταση A (μετά την είσοδο αέρα με τη βοήθεια του πουάρ) και  $p_3$  στην κατάσταση Γ (τελική κατάσταση).

## ΣΤ. ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΤΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ

- Συναρμολογούμε τη συσκευή, βιδώνοντας στη θέση τους από αριστερά (στρόφιγγα εξαγωγής αέρα) προς τα δεξιά κατά σειρά το σφυγμομανόμετρο, το ηλεκτρονικό θερμόμετρο και το πουάρ με τη βοήθεια των ταχυσυνδέσμων.  
ΠΡΟΣΟΧΗ : η συναρμολόγηση γίνεται πιάνοντας τα όργανα μόνο από το μεταλλικό τους στέλεχος.
- Ο αέρας του γυάλινου δοχείου πρέπει να είναι απαλλαγμένος από υγρασία. Γι' αυτό το δοχείο περιέχει σφαιρίδια σιλικόνης χρώματος μπλε σκούρου, τα οποία απορροφούν την υγρασία. Όταν κορεστούν από την υγρασία αλλάζουν χρώμα και γίνονται ροζ. Για να μπορούν να ξαναχρησιμοποιηθούν πρέπει να τα θερμάνουμε λίγο σε ένα ταψάκι, οπότε αποκτούν πάλι μπλε σκούρο χρώμα.

## Z. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

### Λήψη μετρήσεων

1. Κλείνουμε τη στρόφιγγα εξαγωγής του αέρα, που υπάρχει στο γυάλινο δοχείο. Ο αέρας μέσα στο δοχείο έχει την ατμοσφαιρική πίεση  $p_{\text{ατμ}}$ .
2. Εισάγουμε με τη βοήθεια του πουάρ μια μικρή ποσότητα αέρα, ώστε το σφυγμομανόμετρο να δείχνει μικρή υπερπίεση π.χ.  $p_a = 100 \text{ mmHg}$ . Σημειώνουμε τη διορθωμένη τιμή  $p_1$  της πίεσης ( $p_1 = 760 + 100 = 860 \text{ mmHg}$ ) στον ΠΙΝΑΚΑ 1.
3. Ανοίγουμε για λίγο ( 1 – 2 s ) τη στρόφιγγα εξαγωγής του αέρα, οπότε η πίεση ελαττώνεται και γίνεται ίση με την ατμοσφαιρική.
4. Κλείνουμε τη στρόφιγγα εξαγωγής του αέρα. Η πίεση αυξάνεται για μερικά δευτερόλεπτα μέχρι η ένδειξη του σφυγμομανόμετρου να σταθεροποιηθεί σε κάποια νέα τιμή υπερπίεσης  $p_\gamma$ . Σημειώνουμε τη διορθωμένη τιμή  $p_3$  της πίεσης στον ΠΙΝΑΚΑ 1.
5. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία 1 – 4 με άλλες αρχικές πιέσεις  $p_1$  και συμπληρώνουμε τις στήλες  $p_1$  και  $p_3$  του ΠΙΝΑΚΑ 1.

### Επεξεργασία μετρήσεων

1. Υπολογίζουμε την πειραματική τιμή  $\gamma_\pi = \frac{\ln(p_1/p_{\text{ατμ}})}{\ln(p_1/p_3)}$  για κάθε ζεύγος τιμών ( $p_1$ ,  $p_3$ ) και σημειώνουμε τις τιμές στον ΠΙΝΑΚΑ 1.
2. Υπολογίζουμε τη μέση πειραματική τιμή  $\bar{\gamma}_\pi$  και σημειώνουμε τις τιμές στον ΠΙΝΑΚΑ 1.
3. Υπολογίζουμε το σφάλμα  $\sigma = \frac{|\gamma_\theta - \bar{\gamma}_\pi|}{\gamma_\theta} 100\%$  της μέσης πειραματικής τιμής  $\bar{\gamma}_\pi$  σε σχέση με τη θεωρητική τιμή  $\gamma_\theta = 1,4$  και σημειώνουμε τις τιμές στον ΠΙΝΑΚΑ 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ – ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ								
$p_{\text{ατμ}}$ (mmHg)	$p_1$ (mmHg)	$p_3$ (mmHg)	$\ln\left(\frac{p_1}{p_{\text{ατμ}}}\right)$	$\ln\left(\frac{p_1}{p_3}\right)$	$\gamma_\pi$	$\bar{\gamma}_\pi = \frac{\sum \gamma_\pi}{5}$	$\gamma_\theta$	$\sigma = \frac{ \gamma_\theta - \bar{\gamma}_\pi }{\gamma_\theta} 100\%$
760							1,4	
760								
760								
760								
760								

4. Μετά την εισαγωγή μικρής ποσότητας αέρα στο γυάλινο δοχείο, ανοίξαμε για λίγο τη στρόφιγγα εξαγωγής του αέρα, οπότε άλλαξε η πίεση και η θερμοκρασία του αέρα. Συμπληρώνουμε στον ΠΙΝΑΚΑ 2 το ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 1 γι' αυτή τη μεταβολή διαγράφοντας τις κατάλληλες υπογραμμισμένες λέξεις.
5. Μετά την παραπάνω εκτόνωση του αέρα κλείσαμε τη στρόφιγγα εξαγωγής, οπότε άλλαξε η πίεση και η θερμοκρασία του αέρα. Συμπληρώνουμε στον ΠΙΝΑΚΑ 2 το ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 2 γι' αυτή τη μεταβολή διαγράφοντας τις κατάλληλες υπογραμμισμένες λέξεις.
6. Οι πειραματικές τιμές  $\gamma_\pi$  του λόγου  $\gamma = C_p / C_v$  για κάθε ζεύγος τιμών ( $p_a$ ,  $p_\gamma$ ) είναι ίδιες ; Συμπληρώνουμε στον ΠΙΝΑΚΑ 2 το ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 3.

7. Που οφείλεται το σφάλμα  $\sigma\%$  της μέσης πειραματικής τιμής  $\bar{\gamma}_\pi$  σε σχέση με τη θεωρητική τιμή  $\gamma_\theta$ ; Συμπληρώνουμε στον ΠΙΝΑΚΑ 2 το ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ 4.

<b>ΠΙΝΑΚΑΣ 2 – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b>	
1.	Κατά το άνοιγμα της στρόφιγγας του γυάλινου δοχείου εξάγεται αέρας από το γυάλινο δοχείο, οπότε η μεν πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο <u>αυξάνεται</u> / <u>μένει σταθερή</u> / <u>μειώνεται</u> και η δε θερμοκρασία του <u>αυξάνεται</u> / <u>μένει σταθερή</u> / <u>μειώνεται</u> . Η μεταβολή αυτή είναι <u>ισόθερμη</u> / <u>ισοβαρής</u> / <u>αδιαβατική</u> .
2.	Μετά την εκτόνωση και το κλείσιμο της στρόφιγγας εξαγωγής η μεν θερμοκρασία του αέρα μέσα στο δοχείο <u>αυξάνεται</u> / <u>μένει σταθερή</u> / <u>μειώνεται</u> η δε πίεσή του <u>αυξάνεται</u> / <u>μένει σταθερή</u> / <u>μειώνεται</u> . Η μεταβολή αυτή είναι <u>ισόθερμη</u> / <u>ισοβαρής</u> / <u>ισόχωρη</u> / <u>αδιαβατική</u> .
3.	Οι πειραματικές τιμές του λόγου $\gamma$ <u>είναι</u> / <u>δεν είναι</u> ίδιες για όλα τα ζεύγη τιμών ( $p_\alpha, p_\gamma$ ).
4.	Το σφάλμα στον υπολογισμό του λόγου $\gamma$ <u>οφείλεται</u> / <u>δεν οφείλεται</u> στην υγρασία του αέρα, <u>οφείλεται</u> / <u>δεν οφείλεται</u> στην υπερπίεση του αέρα που μετρά το μανόμετρο κάθε φορά.

## Η. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Γιατί το αέριο ψύχεται κατά την εκτόνωση;
2. Γιατί μετά την εκτόνωση του αερίου και το κλείσιμο της στρόφιγγας αυξάνεται η πίεση;
3. Ο λόγος  $\gamma = C_p / C_v$  έχει ίδια τιμή για κάθε είδους αέριο; Πού οφείλεται αυτό;
4. Γιατί είναι  $\gamma > 1$ ; Δώστε ποιοτική ερμηνεία.
5. Σχεδιάστε το διάγραμμα  $p - V$  των μεταβολών του αέρα.

<b>ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ ΜΟΝΑΔΩΝ ΠΙΕΣΗΣ</b>				
	Atm	bar	mm Hg	Pa
1 Atm	1	1,01325	760	101325
1 bar	0,9869233	1	75,00617	$10^{-5}$
1 mm Hg	0,001315789	0,001333224	1	133,3224
1 Pa	$9,869233 \cdot 10^{-6}$	$10^{-5}$	0,0007500617	1

